Universidad Autónoma de Santo Domingo - UASD
Centro Universitario del Nordeste -CURNE
Facultad de Ciencias - Escuela de Física
Curso de Maestría en Física

Práctica No. 4
Prof. Leonardo Peguero
Domingo 20, noviembre, 2011

1. Si $\vec{\mathbf{r}} = x\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}} + z\hat{\mathbf{k}}$ y $r = \sqrt{\vec{\mathbf{r}} \bullet \vec{\mathbf{r}}} = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$; demostrar si es cierto que : $a)\nabla \cdot \vec{\mathbf{r}} = 3$; $b)\nabla r = \frac{\vec{\mathbf{r}}}{r}$; $c)\nabla r = \hat{\mathbf{r}}$; $d)\nabla r = \frac{\partial \vec{\mathbf{r}}}{\partial r}$; $e)\frac{\vec{\mathbf{r}}}{r} = \frac{\partial \vec{\mathbf{r}}}{\partial r}$

2. Si $\vec{\mathbf{r}} = x\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}} + z\hat{\mathbf{k}}$ y $r = \sqrt{\vec{\mathbf{r}} \bullet \vec{\mathbf{r}}} = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$; hallar una expresión para: a) $\nabla(\frac{1}{r})$; b) $\nabla(r^n)$; c)$\nabla(\frac{1}{r^n})$

3. Demostrar que función del tipo $f(u) = \sum_{k=0}^{N} a_k u^k$ alrededor del valor $u = 0$ se puede desarrollar por una serie $f(u) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f'(0)}{k!} u^k$ (series de Maclaurin) y alrededor de un valor $u = h$ como $f(u) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f'(h)}{k!}(u-h)^k$ (series de Taylor).

4. Aproximar por medio de las series Maclaurin las siguientes funciones obteniendo hasta 5 términos o más: a) $f(u) = 2 - 4u + 8u^2 - 24u^3$; b) $g(t) = sen(t)$; c) $h(p) = e^p$; d) $f(x) = senh(x)$; e) $q(z) = \sqrt{z}$

5. Aproximar por medio de las series Taylor obteniendo hasta 5 términos o más las siguientes funciones: a) $f(u) = ln(u)$ alrededor de $u = 1$; b) $\alpha(t) = \frac{1}{1+t^2}$ alrededor de $t = 2$; c) $p(z) = e^{-z^2}$ alrededor de $z = -1$; d) $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$ alrededor de $x = 2$; e) $\phi(t) = e^{-3t} sen(\frac{t}{4\pi})$ alrededor de $t = \frac{\pi}{2}$

6. Se verifica que $\int_C \vec{\mathbf{F}} \bullet d\vec{\mathbf{r}} = \iint_D \nabla \bullet \vec{\mathbf{F}}\ dA$ y también $\iint_S \vec{\mathbf{F}} \bullet d\vec{\mathbf{S}} = \iiint_R \nabla \bullet \vec{\mathbf{F}}\ dV$ (teorema de la divergencia); además, $\int_C \vec{\mathbf{F}} \bullet d\vec{\mathbf{r}} = \iint_S \nabla \times \vec{\mathbf{F}} \bullet d\vec{\mathbf{S}}$ (teorema de Stokes). Si S y E satisfacen las condiciones del teorema de la divergencia y las funciones escalares y las componentes de los campos vectoriales tienen derivadas parciales continuas de segundo orden probar las siguientes identidades: a) $\iint_S \vec{\mathbf{Q}} \bullet d\vec{\mathbf{S}} = 0$ siendo $\vec{\mathbf{Q}}$ un vector constante ; b)$\iint_S \nabla \times \vec{\mathbf{F}} \bullet d\vec{\mathbf{S}} = 0$; c) $\iint_S (\phi\nabla\alpha - \alpha\nabla\phi) \bullet \vec{\mathbf{n}} dS = \iiint_E (\phi\nabla^2\alpha - \alpha\nabla^2\phi) dV$
.

7. Demostrar que si $\vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{F}}(x,y,z)$ entonces $\nabla \times (\nabla \times \vec{\mathbf{F}}) = \nabla(\nabla \bullet \vec{\mathbf{F}}) - \nabla^2\vec{\mathbf{F}}$.

8. Si se verifica que $\nabla \bullet \vec{\mathbf{E}} = 0$ y $\nabla \bullet \vec{\mathbf{H}} = 0$, demostrar que $\nabla^2\vec{\mathbf{E}} = \frac{\partial^2\vec{\mathbf{E}}}{\partial t^2}$ y $\nabla^2\vec{\mathbf{H}} = \frac{\partial^2\vec{\mathbf{H}}}{\partial t^2}$ partiendo de que $\nabla \times \vec{\mathbf{E}} = -\frac{\partial \vec{\mathbf{H}}}{\partial t}$ y $\nabla \times \vec{\mathbf{H}} = \frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial t}$

9. Si se verifica que $y''(x) = -2x\, y(x)$ y que $y(0) = 1$ y $y'(0) = 0$ hallar una solución en serie de la función $y(x)$.

10. Evaluar la integral de línea de la función vectorial $\vec{\mathbf{F}} = (x^2+y^2)\hat{\mathbf{i}} + (x^2-y^2)\hat{\mathbf{j}}$ en un circuito o camino cerrado yendo desde el punto A(0,0) hasta el punto B(1,1) a través de la curva $y_1(x) = x^2$ y regresando al punto A(0,0) a través de la curva $y_2(x) = \sqrt{x}$. Aplicar tanto la relación $\oint_C Pdx + Ndy$ como la relación $\iint_S (\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y})\, dxdy$